

Correction Brevet des Collèges DNB Centres étrangers - 17 Juin 2013

www.mathexams.fr

Exercice 1.

6 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Pour chaque ligne du tableau, trois réponses sont proposées, mais une seule est exacte. Toute réponse exacte vaut 1 point. Toute réponse inexacte ou toute absence de réponse n'enlève pas de point. Pour chacune des questions, on indiquera sur sa feuille le numéro de la question et la réponse choisie.

1. **Réponse A**.

L'équation $(x + 7)(2x - 7) = 0$ est une équation produit. Par théorème, un produit de facteurs est nul si et seulement si un de ses facteurs au moins est nul.

On résout donc chacune des équations suivantes :

$$\begin{array}{l|l} x + 7 = 0 & \text{ou } 2x - 7 = 0 \\ \hline \boxed{x = -7} & \text{ou } \boxed{x = \frac{7}{2} = 3,5} \end{array}$$

Les solutions sont donc : -3,5 et 7.

Remarque : on pouvait également tester les valeurs proposées et ne garder que le couple pour lequel les valeurs étaient toutes les 2 solutions. Par exemple :

- Pour $x = -7$, $(x + 7)(2x - 7) = (-7 + 7)(2 \times (-7) - 7) = 0 \times (-21) = 0$;
- Pour $x = 3,5$, $(x + 7)(2x - 7) = (3,5 + 7)(2 \times 3,5 - 7) = 10,5 \times 0 = 0$;

2. **Réponse B**.

On va résoudre l'inéquation :

$$\begin{array}{l} -2(x + 7) \leq -16 \\ -2x - 14 \leq -16 \\ -2x \leq -16 + 14 \\ -2x \leq -2 : \text{Attention, on va diviser de chaque côté par } -2, \text{ le sens de l'inégalité change.} \\ \frac{-2x}{-2} \geq \frac{-2}{-2} \\ x \geq 1 \end{array}$$

Les solutions sont donc les réels x qui sont supérieurs ou égaux à 1.

On peut noter l'ensemble des solutions (comme en classe de seconde) : $S = [1 ; +\infty[$.

3. **Réponse B**.

On développe l'expression en utilisant la deuxième identité remarquable : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

$$(7x - 5)^2 = (7x)^2 - 2 \times 7x \times 5 + 5^2$$

$$\boxed{(7x - 5)^2 = 49x^2 - 70x + 25}.$$

4. **Réponse C**.

$$\text{On a : } 9 - 64x^2 = 3^2 - (8x)^2$$

Donc l'expression est de la forme $a^2 - b^2$ et se factorise par la troisième identité remarquable :

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

$$\boxed{9 - 64x^2 = (3 - 8x)(3 + 8x)}.$$

5. **Réponse B**.

C'est assez logique, le liquide rempli moins de la moitié de verre.

Pour être plus rigoureux :

- Le cône correspondant au volume d'eau est une réduction du cône correspondant au verre de rapport $\frac{1}{2}$.
Donc $V_{\text{eau}} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 V_{\text{verre}}$
- Le volume d'eau est donc égal au huitième du volume total du verre.

6. Réponse C.

Exercice 2.

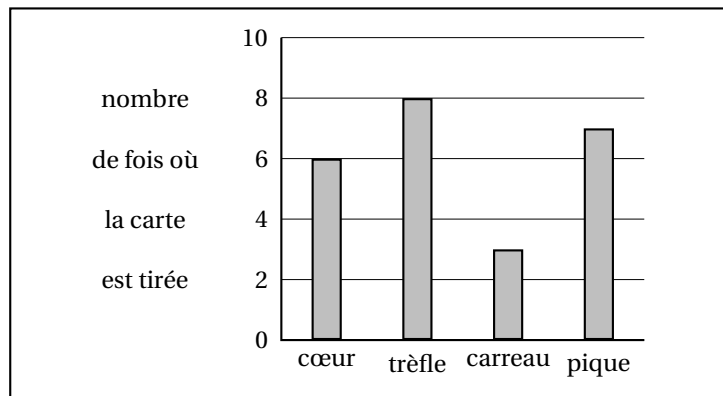
4 points

On considère l'expérience aléatoire suivante : on tire au hasard une carte dans un jeu bien mélangé de 32 cartes (il y a 4 « familles » cœur, trèfle, carreau et pique et on a 8 cœurs, 8 trèfles, 8 carreaux et 8 piques).
On relève pour la carte tirée la « famille » (trèfle, carreau, cœur ou pique) puis on remet la carte dans le jeu et on mélange. On note A l'évènement : « la carte tirée est un trèfle ».

1. Quelle est la probabilité de l'évènement A ?

Il y a 1 famille trèfle sur 4 familles au total, donc $P(A) = \frac{1}{4}$.

2. On répète 24 fois l'expérience aléatoire ci-dessus. La représentation graphique ci-dessous donne la répartition des couleurs obtenues lors des vingt-quatre premiers tirages :



Calculer la fréquence d'une carte de la « famille » cœur et d'une carte de la « famille » trèfle.

– Fréquence d'une carte de la « famille » cœur :

D'après le diagramme, les cœurs sont sortis 6 fois sur un total de 24.

Donc la fréquence de sortie des cœurs est $\frac{6}{24} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$.

– Fréquence d'une carte de la « famille » trèfle :

D'après le diagramme, les trèfles sont sortis 8 fois sur un total de 24.

Donc la fréquence de sortie des trèfles est $\frac{8}{24} = \frac{1}{3} \approx 0,33 \approx 33\%$.

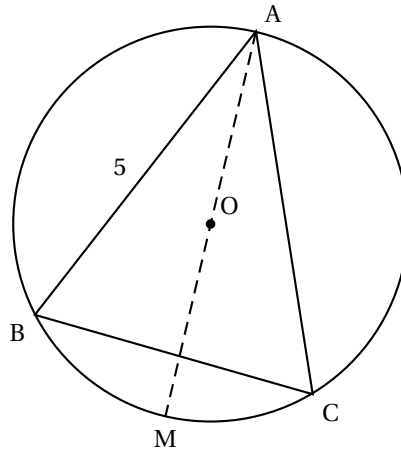
3. On reproduit la même expérience qu'à la question 2. Arthur mise sur une carte de la « famille » cœur et Julie mise sur d'une carte de la « famille » trèfle.

Est-ce que l'un d'entre deux a plus de chance que l'autre de gagner ?

Les tirages sont aléatoires et indépendants. L'expérience de la question 2 n'est donc pas représentative de ce qui peut se produire lors de cette nouvelle expérience. Les deux ont donc autant de chances de gagner

Exercice 3.

6 points



On considère un triangle ABC isocèle en A tel que l'angle \widehat{BAC} mesure 50° et AB est égal à 5 cm.
On note O le centre du cercle circonscrit au triangle ABC. La droite (OA) coupe ce cercle, noté (\mathcal{C}) , en un autre point M.

1. Quelle est la mesure de l'angle \widehat{BAM} ? Aucune justification n'est demandée.

L'angle \widehat{BAM} mesure 25° , $\boxed{\widehat{BAM} = 25^\circ}$.

- Justification (non demandée) :

En effet, O, centre du cercle circonscrit au triangle ABC est le point d'intersection des trois médiatrices du triangle. Or le triangle ABC étant isocèle en A, la médiatrice du segment [BC] est aussi médiane issue de A et bissectrice de l'angle \widehat{BAC} . C'est donc forcément la droite (AM), et donc $\widehat{BAM} = \frac{\widehat{BAC}}{2} = \frac{50^\circ}{2} = 25^\circ$.

2. Quelle est la nature du triangle BAM? Justifier.

Le point B appartient au cercle de diamètre [AM], avec B distinct des points A et M, donc le triangle ABM est rectangle en B.

3. Calculer la longueur AM et en donner un arrondi au dixième de centimètre près.

Dans le triangle ABM rectangle en M on a :

$$\cos \widehat{BAM} = \frac{AB}{AM} \text{ soit}$$

$$\cos 25^\circ = \frac{5}{AM}, \text{ et donc } \boxed{AM = \frac{5}{\cos 25^\circ} \approx 5,5 \text{ cm}}.$$

4. La droite (BO) coupe le cercle (\mathcal{C}) en un autre point K. Quelle est la mesure de l'angle \widehat{BKC} ? Justifier.

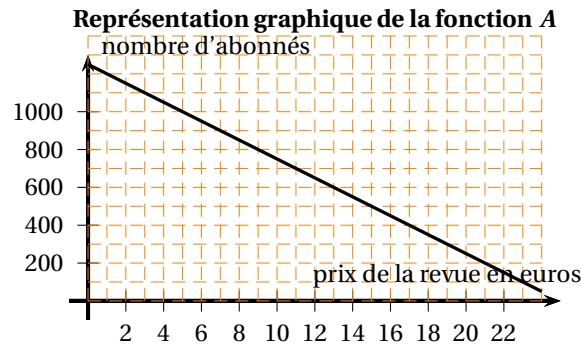
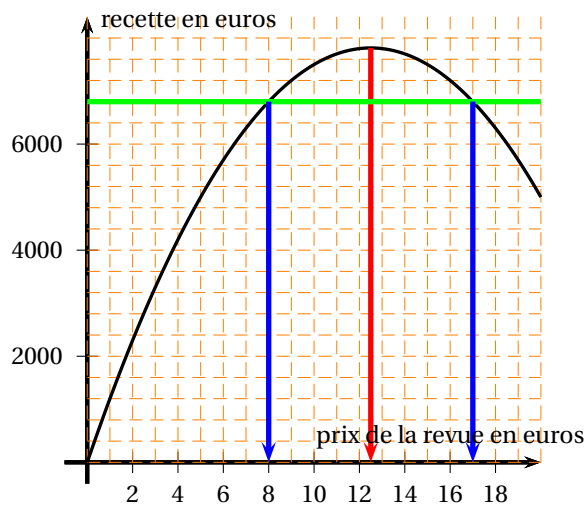
Dans le cercle (\mathcal{C}) , les angles inscrits \widehat{BAC} et \widehat{BKC} interceptent le même arc BC, donc ils ont la même mesure.

Donc $\boxed{\widehat{BAC} = \widehat{BKC} = 50^\circ}$.

Exercice 4.

7 points

Le nombre d'abonnés à une revue dépend du prix de la revue. Pour un prix x compris entre 0 et 20 €, le nombre d'abonnés est donné par la fonction A telle que : $A(x) = -50x + 1250$. La recette, c'est-à-dire le montant perçu par l'éditeur de cette revue, est donnée par la fonction R telle que : $R(x) = -50x^2 + 1250x$.

**Représentation graphique de la fonction R** **1. Le nombre d'abonnés est-il proportionnel au prix de la revue ? Justifier.**

La droite représentant le nombre d'abonnés par rapport au prix de la revue ne passe pas par l'origine du repère. Il n'y a donc pas proportionnalité.

2. Vérifier, par le calcul, que $A(10) = 750$ et interpréter concrètement ce résultat.

$$A(10) = -50 \times 10 + 1250$$

$$A(10) = -500 + 1250 = 750$$

Cela signifie donc qu'il y a **750 abonnés si le prix de la revue est fixé à 10 €**.

3. La fonction R est-elle affine ? Justifier.

La courbe qui représente R n'est pas une droite. Ce n'est donc pas une fonction affine.

4. Déterminer graphiquement, pour quel prix, la recette de l'éditeur est maximale.

Graphiquement, la recette semble maximale quand $x = 12,5 \text{ €}$.

5. Déterminer graphiquement les antécédents de 6 800 par R .

Pour trouver, graphiquement, les antécédents de 6 800 par R , il suffit de tracer la droite horizontale d'équation $y = 6800$ et lire les abscisses des points d'intersection avec la courbe.

On lit donc $x = 8$ et $x = 17$. Les antécédents de 6 800 sont donc 8 et 17 .

6. Lorsque la revue coûte 5 euros, déterminer le nombre d'abonnés et la recette.

– Lorsque $x = 5$, $R(5) = -50 \times 5^2 + 1250 \times 5 = 5000$. **La recette est de 5 000 € ;**

– De plus, $A(5) = -50 \times 5 + 1250 = 1000$. **Il y a 1 000 abonnés.**

Exercice 5.

4 points

Année	SMIC
2011	9,40
2010	9,00
2009	8,82
2008	8,63
2007	8,44
2006	8,27
2005	8,03
2004	7,61
2003	7,19
2002	6,83
2001	6,67

On considère la série statistique donnant le SMIC horaire brut en euros de 2001 à 2011 (source : INSEE)

1. Quelle est l'étendue de cette série ? Interpréter ce résultat.

$$\text{Étendue} = 9,4 - 6,67 = 2,73$$

Le SMIC horaire brut a donc augmenté de 2,73 € entre 2001 et 2011.

2. Quelle est la médiane ?

Il y a 11 valeurs dans cette série, or $11 = 5 + 1 + 5$, la médiane est donc la 6ème valeur soit $M_e = 8,27 \text{ €}$, le SMIC de l'année 2006.

3. Paul remarque qu'entre 2001 et 2002, l'augmentation du SMIC horaire brut est de 16 centimes alors qu'entre 2007 et 2008, elle est de 19 centimes.

Il affirme que « le pourcentage d'augmentation en 2012 est supérieur à celui pratiqué entre 2001 et 2002 ». A-t-il raison ?

Une erreur visiblement dans cette question qui n'a pas de sens. On parle de pourcentage d'augmentation entre deux valeurs ! Il faut donc comprendre la question ainsi et l'écrire sur sa copie :

Paul remarque qu'entre 2001 et 2002, l'augmentation du SMIC horaire brut est de 16 centimes alors qu'entre 2007 et 2008, elle est de 19 centimes.

Il affirme que « le pourcentage d'augmentation entre 2007 et 2008 est supérieur à celui pratiqué entre 2001 et 2002 ». A-t-il raison ?

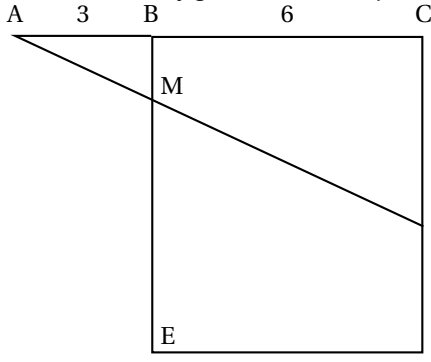
- Entre 2001 et 2002, le pourcentage d'augmentation est : $\frac{6,83 - 6,67}{6,67} \approx 2,40\%$;
- Entre 2007 et 2008, il est de : $\frac{8,63 - 8,44}{8,44} \approx 2,25\%$;
- Paul a donc tort.

Exercice 6.

4 points

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

On considère la figure ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur.



BCDE est un carré de 6 cm de côté.

Les points A, B et C sont alignés et $AB = 3 \text{ cm}$.

F est un point du segment [CD].

La droite (AF) coupe le segment [BE] en M.

Déterminer la longueur CF par calcul ou par construction pour que les longueurs BM et FD soient égales.

L'idée ici est d'appliquer le théorème de Thalès dans le triangle ACE, avec les parallèles (BM) et (CF).

- **Données :**

- Les points A, B et C d'une part, et A, M et F d'autre part sont alignés sur deux droites sécantes en A ;
- Les droites (BM) et (CF) sont parallèles car elles sont perpendiculaires à une même troisième droite (AC).

- **Écriture des rapports :** Donc d'après le **théorème de Thalès** on peut écrire

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AM}{AF} = \frac{BM}{CF} \text{ soit } \frac{3}{9} = \frac{AM}{AF} = \frac{BM}{CF}$$

Le deuxième rapport n'est pas utile, il vient donc :

$$\frac{1}{3} = \frac{BM}{CF} \text{ et par produit en croix } CF = 3 \times BM$$

– Calcul de CF :

Il reste à utiliser le fait que $CD = 6$ puisque BCDE est un carré et que $BM = FD$.

On a $CF = 6 - FD$ or $BM = FD$ donc $CF = 6 - BM$

Puisque $CF = 3 \times BM$ on obtient l'équation $3 \times BM = 6 - BM$ que l'on va résoudre :

$$3 \times BM = 6 - BM \quad 3 \times BM + BM = 6 \quad 4 \times BM = 6 \quad BM = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1,5$$

Donc $BM = 1,5$ cm et $CF = 3 \times BM = 3 \times 1,5 = 4,5$ cm

Exercice 7.**5 points**

On peut lire au sujet d'un médicament :

« Chez les enfants (12 mois à 17 ans), la posologie doit être établie en fonction de la surface corporelle du patient [voir formule de Mosteller]. »

« Une dose de charge unique de 70 mg par mètre carré (sans dépasser 70 mg par jour) devra être administrée »

Pour calculer la surface corporelle en m^2 on utilise la formule suivante :

$$\text{Formule de Mosteller : Surface corporelle en } m^2 = \sqrt{\frac{\text{taille (en cm)} \times \text{masse (en kg)}}{3600}}$$

On considère les informations ci-dessous :

Patient	Âge	Taille (m)	Masse (kg)	Dose administrée
Lou	5 ans	1,05	17,5	50 mg
Joé	15 ans	1,50	50	100 mg

1. La posologie a-t-elle été respectée pour Joé ? Justifier la réponse.

Pas de calcul à faire pour cette question. La dose maximale autorisée est de 70 mg par jour, or Joé a reçu une dose de 100 mg > 70 mg. Donc la posologie n'a pas été respectée pour Joé.

2. Vérifier que la surface corporelle de Lou est environ de 0,71 m².

Avec la formule de Mosteller :

$$\text{Surface corporelle (en } m^2) = \sqrt{\frac{\text{taille (en cm)} \times \text{masse (en kg)}}{3600}} = \sqrt{\frac{105 \times 17,5}{3600}}$$

$$\text{Surface corporelle (en } m^2) = \sqrt{\frac{1835,5}{3600}} \approx 0,71 m^2$$

Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

3. La posologie a-t-elle été respectée pour Lou ? Justifier la réponse .

La posologie est de : « 70 mg par mètre carré (sans dépasser 70 mg par jour) »

Donc ici pour Lou, il faut compter environ : $70 \text{ mg} \times 0,71 \approx 49,7 \text{ mg}$.

Il a reçu une dose de 50 mg, donc on peut considérer que **la posologie a été respectée**.

L'erreur commise est de l'ordre de : $\frac{50 - 49,7}{49,7} \approx 0,6\%$.